بعض المسائل الحدية المبدئية للمعادلات التفاضلية الجزئية

رسالة دكتوراه

مقدمة من

علية محمد خليل خطاب
المدرس المساعد بقسم الرياضيات كلية التربية جامعة عين شمس

لنيل درجة دكتوراه الفلسفة فى العلوم (رياضيات بحتة)

إلى

قسم الرياضيات كلية العلوم جامعة عين شمس

تحت إشراف

أ.د/إنتصارات محمد حسن الشبكى
أستاذ الرياضيات البحتة
كلية العلوم- جامعة عين شمس

أ.د/حسن نصر أحمدإسماعيل
أستاذ الرياضيات ورئيس قسم العلوم الرياضية والطبيعية
المعهد العالى للتكنولوجيا ببنها

2004

Initial Boundary Value Problems of Partial Differential Equations

Ph.D. THESIS

Submitted To

Department of Mathematics
Faculty of Science Ain Shams University

For Awarding Ph.D. in Pure Mathematics

By

Aliya Mohamed Khalil Khattab
Faculty of Education Ain Shams University

Under Supervision of

Prof. Dr. Intisarat M. Elshobaky
Department of Mathematics
Faculty of Science
Ain shams University

Prof. Dr. Hassan N. A. Ismail
Head of the Department of
Mathematical & Physical Sciences
Banha Higher Institute of Technology

2004

كلية العلوم

صفحة العنوان

اسم الطالبة : **علية محمد خليل خطاب**

الدرجة العلمية : درجة دكتوراة الفلسفة فى العلوم (رياضيات بحتة- تحليل عددى)

القسم التابعة له : قسم الرياضيات

اسم الكلية : كلية التربية

الجامعة : جامعة عين شمس

سنة التخرج : 1983

سنة المنح : 2004

كلية العلوم

رسالة دكتوراه

اسم الطالبة : **علية محمد خليل خطاب**

عنوان الرسالة **: حول بعض مسائل القيم الابتدائية والحدية للمعادلات التفاضلية الجزئية**

الدرجة **: دكتوراه الفلسفة فى العلوم**

لجنة الإشراف

أ.د. حسن نصر أحمد إسماعيل
أستاذ الرياضيات ورئيس قسم
العلوم الرياضية والطبيعية
المعهد العالى للتكنولوجيا ببنها

أ.د. انتصارات محمد الشبكى
أستاذ الرياضيات
كلية العلوم – جامعة عين شمس

لجنة الحكم

(1)**ا.د/عادل عبد الرحمن مجاهد**- أستاذالرياضيات بكلية الهندسة جامعةالقاهرة

(2)**ا.د/محمد إبراهيم حسن**- أستاذالرياضيات بكلية الهندسة جامعة عين شمس

(3)**ا.د/انتصارات محمد الشبكى**- أستاذالرياضيات بكلية العلوم جامعة عين شمس

(4)**ا.د/حسن نصر إسماعيل** - أستاذ الرياضيات بالمعهد العالى للتكنولوجيا ببنها

تاريخ البحث: / /

الدراسات العليا:

ختم الإجازة: أجيزت الرسالة بتاريخ: / / 2004

موافقة مجلس الكلية بتاريخ
/ / 2004

موافقة مجلس الجامعة بتاريخ
/ / 2004

كلية العلوم

شكـر

بعد حمد **الله تعالى** والثناء عليه؛ فهو الذى بنعمته تتم الصالحات،
أشكر السادة الأساتذة الذين قاموا بالإشراف وهم:-

أ.د. حسن نصر أحمد إسماعيل
أستاذ الرياضيات ورئيس قسم العلوم الرياضية والطبيعية
المعهد العالى للتكنولوجيا ببنها

أ.د. انتصارات محمد الشبكى
أستاذ الرياضيات
كلية العلوم – جامعة عين شمس

كما أشكرالأستاذ الدكتور/ نبيل توفيق محمد الضبع
أستاذ ورئيس قسم الرياضيات – كلية التربية – جامعة عين شمس

وكذلك أشكرالهيئات الآتية:
قسم الرياضيات – كلية العلوم – جامعة عين شمس
قسم الرياضيات – كلية التربية – جامعة عين شمس

قال تعالى:

"وَقُلِ اعْمَلُواْ فَسَيَرَى اللّهُ عَمَلَكُمْ وَرَسُولُهُ وَالْمُؤْمِنُونَ وَسَتُرَدّونَ إِلَى عَالِمِ الْغَيْبِ وَالشّهَادَةِ فَيُنَبّئُكُم بِمَا كُنتُمْ تَعْمَلُونَ"

(سورة التوبة الآية 105)

كلية العلوم
قسم الرياضيات

الملخص العربى لرسالة دكتوراه

اسم الطالبة : **علية محمد خليل خطاب**
عنوان الرسالة **: بعض المسائل الحدية المبدئية للمعادلات التفاضلية الجزئية**
الدرجة **: دكتوراه الفلسفة فى العلوم (رياضيات بحتة)**

لجنة الإشراف

أ.د. انتصارات محمد الشبكى
أستاذ الرياضيات البحتة
كلية العلوم – جامعة عين شمس

أ.د. حسن نصر أحمد إسماعيل
أستاذ الرياضيات ورئيس قسم
العلوم الرياضية والطبيعية
المعهد العالى للتكنولوجيا ببنها

الملخص العربى

الملخص العربى

الرسالة هي دراسة نظرية تحليلية عددية في تقريبات " بادي" المقيدة وتقريبات " تيلور" المقيدة التي قد سبق أن نشرتها بحوث عديدة من [5]-[32] وهي تتعامل مع تقريبات الدوال وخاصة الدوال المصفوفية واستخدامها في استنباط طرق فروق محدودة لمعالجة مسائل الشروط الابتدائية و الحدية بدقة متناهية و بخطأ تدوير فقط وبدون خطأ اقتطاع وعادة يتم ذلك باستخدام حساب الحل الصحيح عند بعض النقط الإضافية .

والرسالة مكونة من ثلاثة أبواب وملخص بالعربية وآخر بالإنجليزية وتذييل عن ضرب المتسلسلات والفروق المحدودة وقائمة المراجع .

*يحتوي **الباب الأول** على استعراض للبحوث التي شملتها التقريبات المذكورة و هي ثمانية عشر بحثا خلال الستة أعوام الأخيرة ، شملت التعاريف الرياضية للتقريبات المقيدة والتطبيق الحسابي على مسائل عديدة شملت مسائل القيم الابتدائية و الحدية في نظم المعادلات التفاضلية الجزئية المكافئية والزائدية الخطية وغير الخطية و أيضا ذات المعاملات المتغيرة والمسائل ذات الاضطرابات الشاذة وفي أكثر من بعد . واستخدمت تقريبات" بادي" وتقريبات " تيلور" المقيدة وطبقت على ظواهر فيزيائية مثل معادلات الانتشار وتيارات الحمل ومعادلة " شرودنجر" ومعادلات "KdV" ومعادلات" برجر- فيشر" العامة وغيرها.
*وقد استوجب تحليل النتائج دراسة شروط استقرار الطريقة العددية المستخدمة وإيجاد حد أعلى لخطأ الاقتطاع . وقد تم هذا العام إثبات دقة الطريقة بخطأ اقتطاع مساوياً للصفر و ذلك في معاملات قوى أطوال خطوة المسافة والزمن في الصورة التفاضلية لهذا الخطأ في بعض المسائل المكافئية والزائدية الخطية الخاصة .

ويشتمل **الباب الثاني** على استكمال برهان أن الصفر في خطأ الاقتطاع هو في الحد العام من متسلسلة الصورة التفاضلية لخطأ الاقتطاع والتي تنتج عن الفرق بين حاصل ضرب بعض متسلسلات القوى . وتم في هذا الباب استعراض برهان تحليلي لإثبات أن الحد العام في متسلسلة قوى أطوال خطوة المسافة والزمن في الصورة التفاضلية لخطأ الاقتطاع مساويا للصفر .

وقد تم إلقاء بحث لإثبات هذة الجزئية في المؤتمر الدولي التاسع والعشرين للإحصاء و علوم الحاسب و تطبيقاتها بالقاهرة عام 2004 وتم إرساله للنشر في

"Int. J. Applied Mathematics "

*بينما يشتمل **الباب الثالث** على برهان تحليلي يثبت أن تقارب الحل المستخدم إلى الحل الصحيح لا يعتمد على جميع عدد القيود المستخدمة مع التأكيد على أن الاكتفاء بقيد واحد يكفى لإيجاد الحل وهو لتقليل الجهد الحسابي ولزيادة كفاءة الطريقة . وبالطبع يتم ذلك لبعض المسائل الخطية المكافئية والزائدية الخاصة .

وقد تم إرسال بحث مستخلص من هذا الباب للنشر في

"Int. J. Applied Mathematics "

Arabic Summary

Faculty of Science
Mathematics Department

English Summary of a Ph.D Thesis in Science (Pure Mathematics):

Student Name: ***Aliya Mohamed Khalil Khattab***

Faculty of Education Ain Shams University

The Title: Initial Boundary Value Problems of Partial Differential Equations.

Under Supervision Of

Prof. Dr. Intisarat M. Elshobaky
Department of Mathematics
Faculty of Science
Ain shams University

Prof. Dr. Hassan N. A. Ismail
Head of the Department of
Mathematical & Physical Sciences
Banha Higher Institute of Technology

Summary:

This thesis is an analytical theoritical numerical study of the restrictive Pade` approximations and restrictive Taylor's approximations which had been published through many references ([1] and [4]-[32]) which deal with approximations of functions especially matrix functions which are used for derivation finite difference methods for treating initial boundary value problems with high accuracy and with only possible round-off errors and without truncation errors. This can be done always by using the computational solution at some points.

This thesis consists of three chapters with Arabic and English summaries, appendix and a list of references.

Chapter I *contains a survey on papers which dealt with the restrictive Pade` approximations and restrictive Taylor's approximations, they are eighteen papers during the last seven years, this survey contains the definitions of restrictive approximations and computing applications to many problems of initial and boundary value problems of systems of partial differential equations of parabolic and hyperbolic types, linear and nonlinear problems also that of variable coefficients and singularly perturbed problems of one dimension or more. It used*

restrictive Pade` approximations and Taylor's approximations which applied on physical phenomena such as convection-diffusion equations, Schrodinger's equations, KdV-equations, and generalized Burger-Fisher equations, etc.

And in order that we analyze the obtained results we should have study the stability conditions of the numerical method used in the solution. This year, it had been proved the high accuracy of the method with the zero truncation error i.e. the zero coefficients of all powers of space and time lengths in the differential form of this error, for some of standard types of parabolic and hyperbolic problems.

Chapter II *contains an advanced analytical proof that the zero truncation error is in the general term of the Cauchy product of two series of the truncation error for some restrictive approximations for IBVP for parabolic and hyperbolic equations. In this chapter, it had been proved that the general term of the power series of space and time lengths in the differential form of the truncation error is exactly zero.*

It had been presented this result in the 29^{th} international conference of Statistics and Computer Science and Application, Cairo 2004, also it had been sent for possible publications for Int. J. Applied Mathematics.

Chapter III *contains an analytic proof that the convergence of the numerical solution to the exact one does not depend on the number of the used restrictive levels, and performing that the sufficiency of one restrictive level for solution is for the purpose of saving the computations effort and increasing the efficiency of the method.*

Also, it had been sent for possible publications for Int. J. Applied Mathematics.