SOME RESULTS ON GENERALIZATIONS OF INJECTIVE MODULES

THESIS
SUBMITTED IN PARTIAL FULFILMENT OF THE DEGREE OF MASTER
IN TEACHER PREPARATION IN SCIENCE
(PURE MATHEMATICS)

BY
REHAM ABDULLA ABD- ELHAMID GHANME

SUPERVISED BY

Dr. YUSRY O. EL-DIB
Professor
Department of Mathematics
Faculty of Education
Ain Shams University

Dr. AMANY M. EL MENSHAWY
Lecturer
Department of Mathematics
Faculty of Education
Ain Shams University

SUBMITTED TO
MATHEMATICAL DIPARTMENT
FACULY OF EDUCATION
AIN SHAMS UNIVERSITY
(CAIRO)
2011

Acknowledgement

I am deeply thankful to God, by the grace of whom every success in my life was possible.

I wish to thank my parents who offered me the advice, hope, and support with maximum available facilities to establish this work.

My gratitude and thanks for **Prof. Dr. Yusry O. El-Dib,** Mathematics Department, Faculty of Education- Ain Shams University for his kind supervision and for his invaluable helps during the preparation of this thesis.

I wish to express my deepest gratitude to **Dr.Amany M. El-Menshawy**, lecture of pure Mathematics, in Department of Mathematics, Faculty of Education -Ain Shams University, for suggesting the topic of the thesis, for her patience, criticism, advice and support during the preparation of this thesis.

I wish to express my deepest gratitude to **Ass. Prof. Dr.** Mahmoud A. Kamal**,** Department of Mathematics, Faculty of Education- Ain Shams University for his invaluable helps during the preparation of this thesis.

بعض النتائج على تعميمات التشكيلات الحاقنة

رسالة مقدمة للحصول على درجة الماجستير

فى اعداد المعلم فى العلوم (رياضيات بحتة)

مقدمة من

ريهام عبد الله عبد الحميد غانم

الى

قسم الرياضيات

كلية التربية جامعة عين شمس

٢٠١١ م

رسالة ماجستير

عنوان الرسالة

" بعض النتائج على تعميمات التشكيلات الحاقنة"

اسم الطالب: ريهام عبد الله عبد الحميد غانم

اسم الدرجة: ماجستير فى اعداد المعلم فى العلوم(رياضيات بحتة)

لجنة الاشراف

ا. د./ يسرى محمد عثمان الديب

استاذ بقسم الرياضيات كلية التربية جامعة عين شمس

د./ امانى محمد عبد الحميد المنشاوى

مدرس بقسم الرياضيات كلية التربية جامعة عين شمس

تاريخ البحث: / / ٢٠

الدراسات العليا:

ختم الاجازة: اجيزت الرسالة بتاريخ : / / ٢٠

موافقة مجلس الكلية موافقة مجلس الجامعة

/ / ٢٠ / / ٢٠

شكر

اشكر الاساتذة الذين قاموا بالاشراف وهم:

١- أ.د./ يسرى محمد عثمان الديب

استاذ بقسم الرياضيات كلية التربية جامعة عين شمس.

٢- د. / امانى محمد عبد الحميد المنشاوي

مدرس بقسم الرياضيات كلية التربية جامعة عين شمس.

وكذلك السادة الذين تعاونوا معى في البحث وهم :

١- أ.د. / محمود احمد كمال الدين

استاذ مساعد بقسم الرياضيات كلية التربية جامعة عين شمس.

وكذلك اتوجه بالشكر الى الاستاذ الدكتور / رئيس قسم الرياضيات – كلية التربية- جامعة عين شمس والسادة الزملاء واعضاء هيئة التدريس بالقسم.

ريهام عبد الله عبد الحميد غانم

Title of thesis

SOME RESULTS ON GENERALIZATIONS OF INJECTIVE MODULES

Name of Student:

REHAM ABDULLA ABD- ELHAMID GHANME

Supervised By Approved

1- Dr. YUSRY O. EL- DIB

Professor

Department of Mathematics

Faculty of Education

Ain Shams University

2- Dr. AMANYM. EL- MENSHAwy

Lecturer

Department of Mathematics

Faculty of Education

Ain Shams University

2011

جامعة عين شمس
كلية التربية
الدراسات العليا

الموافقة على الرسالة

بعض النتائج على تعميمات التشكيلات الحاقنة

رسالة مقدمة للحصول على درجة الماجستير

فى اعداد المعلم فى العلوم (رياضيات بحتة)

مقدمة من

ريهام عبد الله عبد الحميد غانم

بكالوريوس علوم وتربية (رياضيات)

جامعة عين شمس ١٩٩٦ م

وقد تمت مناقشة الرسالة والموافقة عليها

اللجنة

١- أ. د. جلال محروس معتمد	**استاذ ورئيس قسم الرياضيات –كلية التربية- جامعة عين شمس**
٢-أ.م.د.محمود احمد كمال الدين	**استاذ مساعد متفرغ بقسم الرياضيات –كلية التربية-جامعة عين شمس.**
٣-أ.م.د. سناء محمد العصار	**استاذ مساعد بقسم الرياضيات –كلية العلوم-جامعة طنطا**

تاريخ مناقشة الرسالة : / / ٢٠

صفحة العنوان

اسم الطالب : **ريهام عبد الله عبد الحميد غانم**

الدرجة العلمية : الماجستير فى اعداد المعلم فى العلوم (رياضيات بحتة)

القسم التابع له : قسم الرياضيات

اسم الكلية : كلية التربية

الجامعة : **جامعة عين شمس**

سنة التخرج : ١٩٩٦م

سنة المنح : ٢٠١١ م

المستخلص العربي

التشكيل M يسمى بالتشكيل A– الحاقن (A- injective) اذا كان كل تشكيل جزئى Xمن Aولأى راسم هوموموروفزم ϕ من X الى Mيمكن توسيعه الى راسم هوموموروفزم ψ من Aالى M.

التشكيل Mيسمى بالتشكيل الحاقن (injective) اذا كان التشكيل Mهو تشكيل A- الحاقن (A-injective) لكل تشكيل A.

يسمى التشكيل Mبالتشكيل شبه الحاقن (quasi-injective)اذا كان التشكيل Mهو تشكيل M- الحاقن(M-injective) .

يسمى التشكيل بتشكيل CS (CS-module) [او ممتد او تشكيل ذو الخاصية (c_1)] اذا كان كل تشكيل جزئى منها يكون اساسيا(essential)داخل أحد حدود مجموع مباشر (direct summand) لهذا التشكيل [وهذا الشرط يكافئ ان كل تشكيل جزئى مغلق (closed submodule)يكون احد حدود مجموع مباشر للتشكيل].

يقال ان التشكيل M متصلا (continuous)اذا تحقق فيه الشرط (C_1) مع الشرط الأتى :

(C_2): اذا كان التشكيل الجزئى Aمن التشكيل Mمتشاكلا مع احد حدود مجموع مباشر للتشكيل M فأنه يكون ايضا احد حدود مجموع مباشر للنشكيل M.

يسمى التشكيل M شبه متصل (quasi-continuous) اذا تحقق فيه الشرط (c_1)مع الشرط الأتى :

(c_3): اذا كان كلا من M_1,M_2 احد حدود مجموع مباشر للتشكيل M وكان تقاطعهما هو التشكيل صفر فإن مجموعهما المباشر يكون احد حدود مجموع مباشر للتشكيل M.

يسمى التشكيل M بالتشكيل min –CS (min-CS-module) اذا كان كل تشكيل جزئى بسيط (simple) يكون اساسيا (essential) داخل احد حدود مجموع مباشر (direct summand) لهذا التشكيل.

ويسمى التشكيل بتشكيل 1-CS (1-CS-module) اذا كان كل تشكيل جزئى منتظم (uniform) يكون اساسيا (essential) داخل احد حدود مجموع مباشر لهذا التشكيل [وهذا الشرط يكافئ ان كل تشكيل جزئى مغلق منتظم (uniform closed submodule) يكون احد حدود مجموع مباشر للتشكيل].

تشكيلات CSهى تعميم للتشكيلات شبه المتصلة (quasi-continuous) التى هى تعميم للتشكيلات شبه الحاقنة injective- (quasi-) .

وقد تمت مناقشة تشكيلات(CS) فى كثير من الابحاث. على سبيل المثال م . اوكادو M. Okado [٣٧] اثبت فى حالة الحلقة النيوثرنية اليمينية (right noetherian ring) ان التشكيل (CS) يكون مجموع مباشر من تشكيلات جزئية شكلية(uniform submodule) .

درس م. كمال M. Kamal [22] التشكيلات التى مكملاتها تكون حدود لمجاميع مباشرة.

واعطى كمال وصف كامل لتشكيلاتCS (CS – module) على المجالات الصحيحة فى [22] وقد عمم م. كمال M. Kamal وب. مويلر [20],[21], B. Muller بعض من النتائج فى [21] الى الحلقات الاختيارية وناقشا تركيب تشكيلات CSعلى حلقة نيوثرنية (.noetherian ring)

ودرس ايضا م. كمال M. Kamal [23],[24],[25] التحليلات والمجاميع المباشرة لتشكيلات CS ائ. برهن كل من كمال وهارمنسى Harmanci وسميث smith[17]بشكل مستقل ان المجموع المباشر المحدود لتشكيلات CSالحاقنة بالتبادل يكون CS. اعتبر م. هارادا M. Harada وك . اوشيرو [13] K. Oshiroالتشكيلات التى لها خاصية الامتداد والتى تكون وثيقة الصلة ب "CS".

درس س. محمد S. Mohamedd وت. بوهى T. Bouhy [34]التشكيلات المتصلة وبينا ان كل التشكيلات (شبة الحاقنة) تكون متصلة. اهتم ف. كميلو V. Camillo و ك. نيكلسون K. Nichlosn و م. ف. يوسف M. F. Yuosif [2] بدراسة حلقات ايكيدا ناكياما Ikeada Nakayama (rings) المتعلقة بالحلقات المتصلة وشبة المتصلة.

ر. ويسبور R. Wisbauer و م. ف. يوسف M. F. Yousif و ى. زو. Y. Zhou [41] من خلال استخدام التشكيل الثنائى bimodule $_SM_R$ درسوا شرط الابطال $L_S(A\cap B) = L_S(A)+ L_S(B)$ لاى اثنين تشكيل جزئى A, B من التشكيل M وكنتيجة لذلك اوجدوا خواص جديدة للتشكيل شبة المتصل. وعمم ك. نيكلسون K. Nichlosn و م. ف. يوسف M. F. Yousif [37] الحلقات شبة الحاقنة الى الحلقات الحاقنة الاساسية principally injective rings)) واوجدوا شروط مكافئة له عن طريق المبطلات. وقد عمموا ايضا الحلقات الحاقنة الاساسية الى الحلقات الحاقنة المصغرة mininjective) [38] rings) واوجدوا شروط مكافئة له عن طريق المبطلات .

تهتم الرسالة الحالية والمكونة من اربعة فصول ، يقدم من خلالها بعض المظاهر الجديدة والمهمة فى نظرية تعميم تشكيلات min- CS. من هذة

المفاهيم الجديدة تشكيلات ,*(min-CS) والشرط المكافئة لتشكيلات 1-CS والشروط المكافئة لتشكيلات P-CS والمرتبطة بشروط الابطال .

الفصل الاول : يحتوى على المعلومات الاولية والخلفية لموضوع البحث وكذلك بعض النتائج التى تستخدم فى الفصول التالية مثل التعريفات الاساسية للتشكيلات والمثاليات والتشكيلات الجزئية المبطلة annihilator ideals (and annihilator submodules) والشروط المتسلسلة والنظرية غير القابلة للتحليل(indecomposable decomposition) والتشكيلات الجزئية الاساسية والتشكيلات الجزئية الصغيرة والتشكيلات الجزئية المغلقة (essential, small and closed submodules) وبعض التشكيلات الخاصة و التشكيلات الاسقاطية و الحاقنة (projective and injective modules)

الفصل الثانى : نقدم فيها التشكيلات ذات الخاصية كل تشكيل جزئى بسيط منها يكون اساسيا داخل احد حدود مجموع مباشر لهذا التشكيل تسمى هذه التشكيلات بتشكيلات min-CS.