Faculty of Education
Mathematics Department

Some Topological Properties in Ditopological Spaces

Thesis

Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements of the Master's Degree in Teacher's Preparation in Science

(Pure Mathematics)

Submitted to:

The Department of Mathematics, Faculty of Education, Ain Shams University

By

Alaa Mohamed Abd El Latif Mohamed Ali

Supervised by

Prof. Dr. O. A. El-Tantawy
Professor of Pure Mathematics
Faculty of Science
Zagazig University

Dr. S. A. El-Sheikh
Assistant Professor of Pure Mathematics
Faculty of Education
Ain Shams University

Dr. M. M. Yakout
Lecturer of Pure Mathematics
Faculty of Education
Ain Shams University

(2012)

كلية التربية

قسم الرياضيات

بعض الخواص التوبولوجية في الفراغات الداي توبولوجية

رسالة مقدمة إلي

قسم الرياضيات كلية التربية جامعة عين شمس

للحصول على درجة الماجستير لإعداد المعلم في العلوم

(تخصص: الرياضيات البحتة)

مقدمة من الباحث

علاء محمد عبد اللطيف محمد علي

تحت إشراف

أ.د. أسامه عبد الحميد الطنطاوي

أستاذ الرياضيات البحتة

كلية العلوم جامعة الزقازيق

أ. م .د. صبحي أحمد علي الشيخ

أستاذ الرياضيات البحتة المساعد

كلية التربية جامعة عين شمس

د.محمد مصطفي ياقوت

مدرس الرياضيات البحتة

كلية التربية جامعة عين شمس

٢٠١٢

بِسْمِ اللهِ الرَّحْمنِ الرَّحِيمِ

(قَالُواْ سُبْحَانَكَ لاَ عِلْمَ لَنَا إِلاَّ مَا عَلَّمْتَنَا إِنَّكَ أَنتَ الْعَلِيمُ الْحَكِيمُ)

سورة البقرة- الآية (٣٢)

الإهـــــداء

أهدي هذه الرساله؛ التي أسأل الله أن يتقبلها وينفع بها، إلى ÷

- أمـــــــي الحبيبة

التي أسأل الله -جل فى علاه- أن يبارك في عمرها بطاعته؛ فلله درها، فهي تاج للرأس، وشامة على الجبين. أماه كان دعاؤك سر نجاحي وحنانُك بلسم جراحي. كم أحبك يا أماه.. فلكم زودتني بالقوة، والهمة، والتوكل على الله، فلقد كنت المحرك الأساسي في رفع همتي، وشد أزري في كل مراحل حياتي بفضل الله...
أماه أنت قرة عيني في الدنيا.. أهديك هذه الرساله، وأسأل الله أن يجعلك من أهل الفردوس الأعلى.. اللهم آمين.

- أبـــــــي الحبيب

الغالي المضحي، من كلله الله بالهيبة والوقار .. من علمني العطاء بدون انتظار .. من أحمل اسمه بكل افتخار فلنعم الأب، ولنعم المعلم، ولنعم المربي. أبي أنت روحي في الأرض فلكم أعانتني وشجعتني ووقفت بجواري وستبقى كلماتك نجوم أهتدي بها اليوم وفي الغد وإلى الأبد، فوالله إني عاجز عن شكرك، ولكن جزاءك عند الله.. إليك أهدي هذه الرساله عسى الله أن يتقبلها، ويجعلها في ميزان حسناتك، فالنبي -صلى الله عليه وسلم- قال :" أنت ومالك لأبيك[1]"

- إخـــــــــوتي

أحبتي، نورعيني وضى قلبي، من حبهم يجري في عروقي ويلهج بذكراهم فؤادي ومن آثروني على أنفسهم .

- أســــاتذتي الكرام

نجوم الهدى في ليل الظلام، من كلّت أناملهم ليمهدوا لي الطريق إلى الأمام. فلهم مني جزيل الشكر والتقدير والإحترام.

- زملائـــي الأوفياء

من تجسدت فيهم معاني الحب والوفاء والصدق والعطاء.

- وأخيراً أهدي هذه الرساله إلى كل من علمني حرفاً منذ الصغر فأصبح سنا برقه يضيء الطريق أمامي.

علاء,,,
٢٠١٢

شكر وتقدير

بداية أشكر من تفضل وتكرم، وأعطى وأنعم، ووفق وييسر، خالقي ورازقي وولي نعمتي (ربي) ورب كل شيء.

فالحمد لله الذي بنعمته تتم الصالحات، فلقد وفقني الله سبحانه بفضله وجوده ومنه وكرمه في إنجـاز هذه الرساله. فالحمد لله على الدوام وله الشكر على التمام، فهو:الرَّحْمَنُ عَلَّمَ القُرْآنَ . خَلَقَ الإِنسَانَ عَلَّمَهُ البَيَانَ " الرحمن.(1-4)

والصلاة والسلام على سيد الأنام، وحبيب الرحمن سيدنا محمد- صلى الله عليه وسلم من حثنا على طلب العلم فهو معلم البشرية فصلاة وسلاماً عليه ننال بهما في الدنيا عزة وكرامة، وفي الآخرة صحبة وشفاعة.

كما لا يسعني أن أتقدم بعميق الشكر والامتنان لهيئة الإشراف وهم :

الأستاذ الدكتور/ أسامه عبد الحميد الطنطاوي. أستاذ الرياضيات البحتة بكلية العلوم جامعة الزقازيق لدعمه المستمر وتشجيعه المتواصل ومناقشتة القيمة خلال إعداد هذه الرساله والذي أحاطني بالرعاية والإهتمام من خلال اقتراحه لموضوعات البحث وإرشاده المستمر وصبره وعطائه اللامحدود وتوجيهه القيم. ولقد أعطاني الكثير من وقته الثمين داخل وخارج سمينارات التوبولوجي التي تُعقد أسبوعيًا بكلية التربيه جامعة عين شمس. كما زودنى بحكمته والمعلومات العديدة من خلال السمينارات التى عقدت والمناقشات العديدة والمراجعات والملاحظات القيمة وتشجعيه ودعمه المتواصل.

الدكتور/ صبحي أحمد علي الشيخ. أستاذ الرياضيات البحتة المساعد بجامعة عين شمس الذي أحاطني بالرعاية والإهتمام من خلال اقتراحه لموضوعات البحث وإرشاده المستمر وصبره وعطائه اللامحدود وتوجيهه القيم. ولقد أعطاني الكثير من وقته الثمين. كما زودنى بحكمته والمعلومات العديدة من خلال السمينارات التى عقدت والمناقشات العديدة والمراجعات والملاحظات القيمة وتشجعيه ودعمه المتواصل. فمجهوده اثناء مراجعة هذه الرساله لايقدر بثمن.

الدكتور/محمد مصطفي ياقوت. مدرس الرياضيات البحتة بجامعة عين شمس الذي علمني الكثير. ولبذله قصارى جهده لنجاح هذا العمل من خلال السمينارات التي عقدت، المناقشات العديدة. المراجعات، الملاحظات القيمة، تشجعيه ودعمه المتواصل.

كما أتقدم بالشكرالجـزيل إلى قسم الرياضيات كلية التربية- جامعة عين شمس ممثلا برئيس القسم **الدكتور/ رأفت رياض رزق الله** الذي كان لنا خير مشجع وإلى أساتذتي وزملائي الكرام بكلية التربية جامعة عين شمس، لما أحاطوني به من رعاية واهتمام خلال سنوات الدراسة فلهم جزيل الشكر.

كما أتقدم بالشكر الجـزيل إلى زملائي وأساتذتي رفقاء البحث العلمي في المدرسة التبولوجية برئاسة **الأستاذ الدكتور/ علي قنديل سعد** الذي كان عونا لي في إعداد هذه الرسالهونورًا يضيء الظلمة التي كانت تقف أحيانًا في طريق البحث العلمي والذي أخذ بيدي منذ الخطوة الأولى في

مشوارالبحث العلمي من خلال توجيهاته القيمه ودعمه المستمر وصبره وعطائه اللامحدود وجهوده المتواصلة خلال إعداد هذه الرساله فجزاه الله عنا كل خير وله منا جزيل الشكر والاحترام والتقدير وأقول له بشراك قول رسول الله- صلى الله عليه وسلم كما في سنن الترمذي " إن الله وملائكته وأهل السماوات والأرض، حتى النملة في جحرها وحتى الحوت، ليصلون على معلم الناس الخير "

كما أتقدم بالشكرإلى أمي ، أبي وإخوتي الذين صبروا وتحملوا الشئ الكثير لأجلي فأنا مدين لهم بكل شيء.

والله من وراء القصد،،،

شكر وعرفان

أتقدم بخالص الشكر والتقدير إلى السادة الأساتذه الذين قاموا بالإشراف والمتابعه وهم :

- ## أ.د. أسامه عبد الحميد الطنطاوي

  أستاذ الرياضيات البحتة

  كلية العلوم جامعة الزقازيق

- ## أ. م .د. صبحي أحمد علي الشيخ

  أستاذ الرياضيات البحتة المساعد

  كلية التربية جامعة عين شمس

- ## د.محمد مصطفي ياقوت

  مدرس الرياضيات البحتة

  كلية التربية جامعة عين شمس

وكذلك إلى الدكتور/رأفت رياض رزق الله رئيس قسم الرياضيات كلية التربية- جامعة عين شمس والسادة أعضاء هيئـة التدريس بالقسم.

والله الموفق,,,,

كلية التربية

قسم الرياضيات

رسالة ماجستيـر

اسم الطالب: **علاء محمد عبد اللطيف محمد علي**

عنوان الرسالة: **بعض الخواص التوبولوجيه في الفراغات الداي توبولوجيه.**

الدرجة العلمية: **ماجستير لإعداد المعلم في العلوم**

(تخصص: رياضيات بحتة)

تحت إشراف

أ.د. أسامه عبد الحميد الطنطاوي

أستاذ الرياضيات البحتة

كلية العلوم جامعة الزقازيق

أ. م .د. صبحي أحمد علي الشيخ

أستاذ الرياضيات البحتة المساعد

كلية التربية جامعة عين شمس

د.محمد مصطفي ياقوت

مدرس الرياضيات البحتة

كلية التربية جامعة عين شمس

الدراسات العليا

ختم الإجازة أجيزت الرسالة بتاريخ / / ٢٠١٢م

موافقة مجلس الكلية **موافقة مجلس الجامعة**

/ / ٢٠١٢م / / ٢٠١٢م

كلية التربية

قسم الرياضيات

صفحة العنوان

الإسم: **علاء محمد عبد اللطيف محمد علي**

الدرجة العلمية: **ماجستيرلإعداد المعلم في العلوم (رياضيات بحتة)**

القسم التابع له: **قسم الرياضيات.**

اسم الكلية: **التربية.**

الجامعة:**عين شمس.**

سنة التخرج: **٢٠٠٦م.**

سنة المنح:**٢٠١٢ م.**

Contents

Abstract

In This thesis, we generate a ditopological texture space finer than the given ditopological texture space (X, L, τ, K) on the same set X by using the ideal notion. We also generalize the notion of some types of open sets. Also, we introduce the concepts of some types of bicontinuous difunctions related to the the previous types of open sets and discuss their properties in detail. We also generalize the notion of stability, costability, compactness and cocompactness for semi-open sets in ditopological texture spaces. We extend the notion of semi-compactness and semi-cocompactness to such spaces via ideal. Also, some additional properties related connectedness in ditopological texture spaces have obtained. We introduce the notion of ditopological texture subspaces and study some of their properties. Finally, we extend the notion of connectedness in ditopological texture spaces with an ideal and study some of its basic properties.

Chapter 1

Preliminaries

The introductory chapter is considered as a background for the material included in the thesis. The purpose of this chapter is to present a short survey of some needed definitions and theories of the material used in this thesis. Also some concepts related bitopological spaces have investigated.

1.1 Some basic concepts of topological (bitopological) spaces

The aim of this section is to collect the relevant definitions and results from topology about basis, subbase, closure spaces and mappings. Also, some bitopological notions are presented.

Definition 1.1.1 *[21]. Let X be a non-empty set. A class τ of subsets of X is called a topology on X if, τ satisfies the following axioms:-*

(1) $X, \emptyset \in \tau$.

(2) *Arbitrary union of members of τ is in τ.*

(3) *The intersection of any two sets in τ is in τ.*

The members of τ are then called τ-open sets, or simply open sets. The pair (X, τ) is called a topological space. A subset A of a topological space (X, τ) is called a closed set if its complement A' is an open set.

Definition 1.1.2 *[32]. Let (X, τ) be a topological space and $A \subseteq X$. Then*

(1) *The closure of A denoted by $\overline{A}$ or $cl(A)$ and defined as:*
$\overline{A} = \cap\{F \subseteq X : A \subseteq F$ *and* F *is closed*$\}$.

(2) *The interior of A denoted by A^o or $int(A)$ and defined as:*
$A^o = \cup\{G \subseteq X : G \subseteq A$ *and* G *is open*$\}$.

(3) *The boundary of A denoted by A^b or $b(A)$ and defined as:*
$A^b = \overline{A} - A^o$.

Definition 1.1.3 *[32]. Let (X, τ) be a topological space and $x \in X$ be an arbitrary point. A set $N \subseteq X$ is called a neighborhood of x if $x \in int(N)$, or equivalently, if $\exists$ an open set U such that $x \in U \subseteq N$.*

Definition 1.1.4 *[29]. Let τ_1 and τ_2 be two topologies on a set X such that $\tau_1 \subseteq \tau_2$. Then we say that τ_2 is stronger (finer) than τ_1 or τ_1 is weaker (coarser) than τ_2.*

Definition 1.1.5 *[21]. Let (X, τ) be a topological space and $\beta \subseteq \tau$. Then β is called a base for the topology τ if and only if every τ-open set G is a union of members of β.*
Equivalently, β is a base for τ if and only if for any point p belonging to an open set G, there exists $B \in \beta$ with $p \in B \subseteq G$.

Definition 1.1.6 *[21]. Let (X, τ) be a topological space and $S \subseteq \tau$. Then S is called a subbase for the topology τ iff finite intersections of members of S form a base for τ.*

Definition 1.1.7 *[29]. A closure space is a pair (X, cl), where X is a nonempty set and $cl : P(X) \to P(X)$ is a function associating with each subset $A \subseteq X$ a subset $cl(A) \subseteq X$, called the closure of A, such that*

(1) $cl(\emptyset) = \emptyset$,

(2) $A \subseteq cl(A)$,

(3) $cl(A \cup B) = cl(A) \cup cl(B)$.
If in addition cl satisfies the following condition